

Ejemplos de preguntas y problemas

Termodinámica

Nota: A continuación, se presentan ejemplos ilustrativos de problemas y preguntas relacionados con los temas de Termodinámica. Es fundamental que los aspirantes revisen y se preparen exhaustivamente de acuerdo con la guía de temas proporcionada, ya que esta servirá como base para la evaluación.

Conceptos básicos

- Desarrolle la ecuación de estado termodinámica dT indicando explícitamente el coeficiente de expansión térmica a presión constante y la compresibilidad isotérmica

- Demuestre que

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{\alpha}{\kappa_T}$$

- Para un gas que obedece las leyes de Boyle y Charles se tiene que

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{V}{T}, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{V}{P}$$

Encuentre la ecuación de estado usando el límite de presión baja.

- Considera un gas modelado por la ecuación de van der Waals

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = \frac{nRT}{(V - nb)^2} - \frac{2an^2}{V^3}$$

y encuentre la ecuación de estado usando el límite de gas ideal para reducir constantes de integración

- En términos del movimiento molecular, ¿qué significa que un sistema esté en equilibrio mecánico? ¿Cómo se relaciona la “igualdad de presiones” con la transferencia de cantidad de movimiento?

- ¿Por qué el hecho de que las concentraciones de reactivos y productos se mantengan constantes en el tiempo no significa necesariamente que la reacción se haya detenido, sino que puede haber un equilibrio dinámico?

- ¿Puede un sistema estar en equilibrio térmico pero no estar en equilibrio mecánico? ¿O en equilibrio mecánico pero no químico? Da un ejemplo conceptual para justificar tu respuesta.

Primera ley de la termodinámica

- Un mol de gas ideal monoatómico se expande cuasiestáticamente desde un volumen inicial V_1 hasta un volumen final V_2 a temperatura constante T .

(a) Escribe la expresión del trabajo realizado por el gas durante la expansión.

(b) Usando la Primera Ley de la Termodinámica, encuentra el calor Q intercambiado en el proceso.

(c) Explica por qué la energía interna U cambia en este proceso, incluso si el sistema recibe calor.

- Un gas ideal se comprime adiabáticamente de un volumen V_1 a un volumen V_2 . El proceso es cuasiestático y reversible.

(a) Escribe la condición que define un proceso adiabático reversible.

(b) Usando la Primera Ley, demuestra que el trabajo realizado sobre el gas está asociado a un aumento de su energía interna.

(c) Explica cualitativamente por qué la temperatura del gas aumenta durante la compresión aunque no se suministre calor.

- La ecuación de estado de una sustancia elástica es $\tau = kT \left[\frac{L}{L_0} - \frac{L_0^2}{L} \right]$. Calcule el trabajo isotérmico para llevar al sistema de $L=L_0$ a $L=2L_0$

- Considere un gas monoatómico ideal que sufre un proceso $PV^n = \text{constante}$ con n constante. Escriba dU en función de dT y demuestre, usando la primera ley, que

$$\delta Q = \left[\frac{3}{2} nR \frac{T}{V} \frac{1}{1-n} \right] dV$$

- Considere un motor ideal que opera siguiendo un ciclo Otto, cuyo fluido de trabajo es un gas ideal monoatómico con exponente adiabático γ . El ciclo está compuesto por los siguientes procesos secuenciales:

Compresión adiabática desde un volumen V_1 hasta un volumen V_2 .

Calentamiento isocórico hasta alcanzar una temperatura máxima T_3 .

Expansión adiabática desde V_2 nuevamente hasta V_1 .

Enfriamiento isocórico que devuelve al gas a la temperatura inicial T_1 .

(a) Dibuje el ciclo en un diagrama P - V indicando claramente los cuatro procesos.

(b) Utilizando la relación adiabática $TV^{\gamma-1} = \text{const}$, exprese las temperaturas T_2 y T_4 en términos de T_1 , T_3 y de la razón de compresión $r = V_1/V_2$.

(c) Exprese los calores absorbido y cedido en los procesos isocóricos.

(d) Demuestre que el rendimiento del ciclo Otto está dado por

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}.$$

(e) Explique físicamente por qué el rendimiento depende únicamente de r y no del tamaño del motor.

- Un motor térmico opera mediante un ciclo Diesel ideal, cuyo fluido de trabajo es un gas ideal con exponente adiabático γ . El ciclo se compone de los siguientes procesos:

Compresión adiabática desde un volumen V_1 hasta un volumen V_2 .

Adición de calor a presión constante, expandiéndose el gas hasta un volumen V_3 .

Expansión adiabática desde V_3 hasta $V_4 = V_1$.

Rechazo de calor isocórico al regresar a la temperatura inicial.

Define la relación de compresión $r = V_1/V_2$ y la relación de corte $\rho = V_3/V_2$.

- (a) Dibuje el ciclo Diesel ideal en un diagrama P - V y en un diagrama T - s .
- (b) Usando las relaciones adiabáticas del gas ideal, exprese las temperaturas T_2 y T_4 en función de T_1 , r y γ .
- (c) Escriba las expresiones del calor absorbido (proceso isobárico) y del calor cedido (proceso isocórico).
- (d) Demuestre que el rendimiento del ciclo Diesel ideal está dado por

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \cdot \frac{\rho^{\gamma} - 1}{\gamma(\rho - 1)}.$$

(e) Explique por qué el ciclo Diesel puede alcanzar mayor eficiencia que el ciclo Otto para la misma razón de compresión r .

- ¿A qué se debe que Q y W dependan del camino seguido en un proceso, mientras que U no? Explica cómo se refleja esto en la forma diferencial de la Primera Ley.

- Explique porqué la energía interna es la misma cuando hay un proceso entre dos estados termodinámicos mediante un proceso reversible y uno irreversible y sin embargo el calor y el trabajo pueden ser completamente diferentes.

- Explique porqué una sustancia puede absorber calor sin cambiar la temperatura y como este hecho no contradice la primera ley. Dé un ejemplo.

Segunda ley de la termodinámica

- Demuestre que para un sistema que experimenta un proceso $T \rightarrow T+dT$ y $p \rightarrow p+dp$ el calor transferido o absorbido por el sistema está dado por

$$dQ = C_p dT - \frac{\kappa}{\beta} (C_p - C_v) dp$$

- Demuestre que

$$dS = C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V}$$

para un gas ideal en un proceso reversible. Integre la ecuación para determinar el cambio de entropía entre dos estados arbitrarios.

- Demuestre que

$$\Delta S = R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Para un proceso reversible isotérmico

- Encuentre la ecuación TdS de una sustancia pura en su representación T, V .
- Demuestre la relación de Maxwell

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = -\left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P$$

- Partiendo de la ecuación de Gibbs-Duhem demuestre que

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{T,N} = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V,N}$$

y encuentre el mismo resultado pero ahora partiendo de la energía libre de Helmholtz.

- Realice la transformación de Legendre de la Energía doble que quiera pero transformando ahora el número de partículas N y encuentre sus propiedades principales, incluyendo la relación de Maxwell asociada.

- Derive la termodinámica de la energía libre de Gibbs

- Usando la termodinámica de la energía libre de Helmholtz y de la Entalpía demuestre que

$$C_P - C_V = \frac{TV\alpha^2}{\kappa_T}$$

- Demuestre que las condiciones de estabilidad de fluctuaciones en T y P requieren

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P > 0, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T < 0$$

- Explique porqué fue necesaria la segunda ley para determinar la dirección de los procesos observados en la naturaleza

- Explique porque no es posible tener una máquina térmica que convierta todo el calor en trabajo mecánico.

- ¿Qué significa físicamente que la entropía aumente en un proceso irreversible?

Aplicaciones de la termodinámica

- Trabaja la termodinámica de una sustancia paramagnética ideal donde H es el campo magnético aplicado y M la magnetización. Llega a la relación de Maxwell

$$\left(\frac{\partial T}{\partial H}\right)_S = -\left(\frac{\partial M}{\partial S}\right)_H$$

- Imponiendo las condiciones

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{T_c} = 0, \quad \left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_{T_c} = 0$$

en un gas que sigue la ecuación de estado de van der Waals, determine los valores críticos en función de a y b

- Explica el diagrama de fases de una sustancia pura. Indique la anomalía del agua.

Ejemplos de preguntas y problemas

Métodos matemáticos

Nota: A continuación, se presentan ejemplos ilustrativos de problemas y preguntas relacionados con los temas de Métodos matemáticos. Es fundamental que los aspirantes revisen y se preparen exhaustivamente de acuerdo con la guía de temas proporcionada, ya que esta servirá como base para la evaluación.

AD2026

1. Integración. Problema de integración. Obtenga la integral indefinida.

$$\frac{dy}{dt} = \frac{5x - 3}{x^2 - 2x - 3}$$

2. Ecuaciones diferenciales. Obtenga la solución en serie de potencias de la ecuación siguiente, sujeta a las condiciones iniciales $x(0)=X_0$ y $v(0)=0$:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

ω_0 es una constante.

3. Números complejos. Obtenga la fórmula general para el cálculo del cociente de dos números complejos de la forma $z=a+ib$, con a y b constantes.
4. Álgebra lineal. Para las matrices de Pauli (utilizando el símbolo Levi-Civita):

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Demuestre que se cumple:

$$[\sigma_j, \sigma_k] = 2i\varepsilon_{jkl}\sigma_l$$

5. Series de potencias. Obtenga la serie de Taylor de la función:

$$y(x) = e^{-ix}$$

6. Cálculo de varias variables. Obtenga por el diferencial de superficie de una esfera en función del radio, el ángulo polar y el ángulo azimutal.
7. Con el resultado anterior, determine el área de una semiesfera. Desarrolle la integral.

Preguntas guía para examen de Electromagnetismo

Proceso de admisión a la Maestría en Física Agosto-Diciembre 2026
División de Ciencias e Ingenierías,
Universidad de Guanajuato

Febrero de 2026

La calificación se calculará sobre 10 puntos. Total de puntos: 11.5.

1. **Electrostática 1.1:** En el dominio de las partículas elementales, una unidad natural de masa es la masa de un nucleón, es decir, la de un protón o un neutrón, los bloques básicos masivos de la materia ordinaria. Dada la masa del nucleón como $1.67 \cdot 10^{-27}$ kg y la constante de gravitación G como $6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg s}^2)$, compare la atracción gravitatoria de dos protones con su repulsión electrostática. Esto muestra por qué llamamos a la gravitación una fuerza muy débil (1 punto).
2. **Electrostática 1.2:** Dibuje el diagrama de fuerzas de un electrón y un positrón. Compare la atracción gravitatoria con su atracción electrostática (1 punto).
3. **Electrostática 1.3:** Dibuje el diagrama de fuerzas de un electrón y un positrón. Calcule el campo eléctrico a una distancia r , en el eje vertical, perpendicular al centro de cargas. Identifique en su resultado el campo del dipolo eléctrico (1 punto).
4. **Electrostática 1.4:** La distancia entre los dos protones en el núcleo de helio podría ser, en un instante dado, de hasta 10^{-15} m. ¿Cuán grande es la fuerza de repulsión eléctrica entre dos protones a esa distancia? Exprésala en newtons. Aún más fuerte es la fuerza nuclear que actúa entre cualquier par de hadrones (incluidos neutrones y protones) cuando están tan cerca.
5. **Electrostática 2.1:** Calcule el campo eléctrico de un cascarón esférico con densidad de superficial de carga eléctrica positiva σ . En el exterior a una posición genérica $\mathbf{r}$ del centro de la esfera y en cualquier punto del interior de la esfera (1 punto).
6. **Electrostática 2.2:** Calcule el campo eléctrico de un cascarón cilíndrico infinito con densidad de superficial de carga eléctrica positiva σ . En el exterior a una posición

genérica $\mathbf{r}$ del centro de la circunferencia del cilindro y en cualquier punto del interior (1 punto).

7. **Electrostática 2.3:** Considere una carga puntual $Q > 0$ frente a un plano metálico, separada una distancia l . Dibuje las líneas de fuerza en el sistema. Calcule el campo eléctrico en la posición $\mathbf{r}$ medida desde un origen definido como el punto de intersección de la línea perpendicular al plano que toca la carga, y el plano (1 punto).
8. **Electrostática 3.1:** Calcule el campo eléctrico de un cable recto infinito de sección transversal despreciable y densidad lineal de carga λ a una distancia r vertical desde su posición. (1 punto).
9. **Electrostática 3.2:** Considere una esfera solida con densidad de carga eléctrica positiva que cambia de forma lineal con el radio $\rho = \alpha r, \alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 0$. Calcule el campo en el exterior a una posición genérica $\mathbf{r}$ del centro de la esfera y en cualquier punto del interior de la esfera (1 punto).
10. **Electrostática 3.3:** Considere una esfera solida con densidad de carga eléctrica negativa y constante. Calcule el campo en el exterior a una posición genérica $\mathbf{r}$ del centro de la esfera y en cualquier punto del interior de la esfera (1 punto).
11. **Campo magnético 4.1** Calcule la fuerza entre dos conductores paralelos, con corriente I_1 e I_2 , separados una distancia a . Si las corrientes tienen el mismo sentido o sentido o puesto, ¿Hacia donde está dirigida la fuerza? (1 punto)
12. **Campo magnético 4.2** Calcule la fuerza que un conductor con corriente I ejerce sobre una carga puntual Q con velocidad $\mathbf{v}$ a una distancia r del conductor.(1 punto)
13. **Campo magnético 4.3** Una corriente I circula por un alambre de forma arbitraria que conecta dos puntos dados (no es necesario que esté contenido en un plano). Demuestra que el campo magnético en puntos lejanos es esencialmente el mismo que el campo debido a un alambre recto con corriente I que va entre esos dos puntos. (1 punto)
14. **Campo magnético 5.1** Considere una partícula de masa m y carga q está moviéndose en un campo magnético constante $\mathbf{B}$ con velocidad inicial $\mathbf{v}$, perpendicular al campo. Explique porque la trayectoria en que se mueve la partícula es circular. (0.5 puntos) ¿Cuál es el radio de esa trayectoria? Para un protón $m_p = 1.67 * 10^{-27} kg$ en el campo magnético $B = 8.33T$ y con velocidad $v = c - 2.7m/s$, ¿cuál sería el estimado para el radio de la trayectoria en el caso no relativista?(1 punto) Corrija esta formula que encontró para considerar efectos relativistas, dando un nuevo estimado del radio. (0.5 puntos)

15. **Campo magnético 5.2** ¿Qué trayectoria seguirá una partícula de carga e y velocidad $\mathbf{v}$ con un ángulo genérico con respecto a un campo magnético constante $\mathbf{B}$? (1 punto)
16. **Campo magnético 5.3** Si un electrón de carga $-e$ y un positrón de carga $+e$ se mueven inicialmente con la misma velocidad $\mathbf{v}$ con un ángulo genérico con respecto a un campo magnético constante $\mathbf{B}$, obtenga sus trayectorias y compárelas. (1 punto)
17. **Campo magnético 5.4:** Un protón con energía cinética 10^{16} eV ($\gamma = 10^7$) se mueve perpendicular al campo magnético interestelar, que en esa región de la galaxia tiene una intensidad de 3×10^{-6} gauss. ¿Cuál es el radio de curvatura de su trayectoria y cuánto tiempo tarda en completar una revolución? Considere efectos relativistas. (1 punto)
18. **Campo magnético 6.1:** Calcule el campo magnético de una esfera con magnetización uniforme μ , en su exterior y en su interior. (1 punto)
19. **Campo magnético 6.2:** Un cilindro infinito de radio a con magnetización uniforme a lo largo de su eje $\mathbf{M} = \mu\hat{z}$, Calcule el campo $\mathbf{B}$ en el interior ($r < a$) y el en el exterior ($r > a$). (1 punto)
20. **Campo magnético 6.3:** Un disco de radio R tiene una densidad de carga superficial uniforme σ y gira con velocidad angular ω . A grandes distancias, se comporta como un dipolo magnético. ¿Cuál es su momento dipolar magnético? (1 punto)
21. **Circuitos 7.1:** El circuito de la Fig.1 contiene dos baterías con fuerzas electromotrices E_1 y E_2 , respectivamente. En cada uno de los símbolos convencionales de batería mostrados, la línea más larga indica el terminal positivo. Suponga que R_1 incluye la resistencia interna de una de las baterías y que R_2 incluye la de la otra. Suponiendo dadas las resistencias, ¿cuáles son las corrientes en esta red? (2 puntos)
22. **Circuitos 7.2:** Suma de resistencias: (a) Dos resistencias, R_1 y R_2 , están conectadas en serie. Demuestra que la resistencia efectiva R del sistema está dada por $R = R_1 + R_2$. Verifica los límites $R_1 \rightarrow 0$ y $R_1 \rightarrow \infty$. (b) Si, en cambio, las resistencias están conectadas en paralelo, demuestra que la resistencia efectiva está dada por $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Nuevamente, verifica los límites $R_1 \rightarrow 0$ y $R_1 \rightarrow \infty$. (1 punto)
23. **Circuitos 7.3:** En un sincrotrón de electrones de 6 gigaelectronvoltios ($1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$), los electrones viajan alrededor de la máquina en una trayectoria aproximadamente circular de 240 metros de longitud. Es normal tener alrededor de 10^{11} electrones circulando en esta trayectoria durante un ciclo de aceleración. La velocidad de los electrones es prácticamente la de la luz. ¿Cuál es la corriente? (1 punto)
24. **Preguntas cortas 8.1:** Enuncie la Ley de Coulomb. (0.5 puntos).

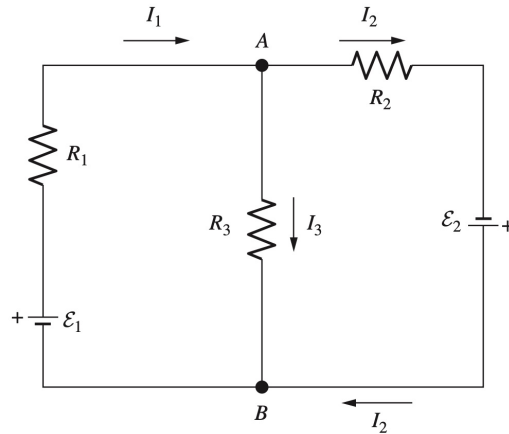


Figure 1: Circuito 0.2.

25. **Preguntas cortas 8.2:** ¿En qué consiste el efecto Hall, que depende del campo magnético aplicado a un conductor con corriente? (0.5 puntos).
26. **Preguntas cortas 8.3:** Explique en qué consiste el método de las imágenes (0.5 puntos).
27. **Preguntas cortas 8.4:** ¿Qué ecuación describe la ausencia de cargas magnéticas en la naturaleza de forma diferencial? Asuma que existan carga magnéticas, como se modifica la ecuación. (0.5 puntos)
28. **Preguntas cortas 8.5:** Enuncie la ley de Ohm (0.5 puntos).
29. **Preguntas cortas 8.5:** Enuncie la ley de Biot-Savart (0.5 puntos).
30. **Preguntas cortas 8.6:** ¿En qué consisten las ondas electromagnéticas? Escriba la solución de onda de los campos eléctricos y magnéticos. (0.5 puntos).

Problemas guía

Mecánica Clásica

1. Si un proyectil es disparado desde el origen del sistema coordenado con una velocidad inicial v_0 haciendo un ángulo α con la horizontal, calcula el tiempo requerido por el proyectil para que cruce una línea que pasa por el origen y hace un ángulo $\beta < \alpha$ con la horizontal.
2. Un payaso esta jugando con cuatro pelotas simultaneamente. Los estudiantes usan una grabación para determinar que al payaso le toma 0,9 s cachar, transferir de mano y lanzar una de las pelotas, para estar listo para cachar la que sigue. ¿Cuál es la velocidad vertical mínima a la que el payaso debe lanzar cada pelota?
3. Una partícula soltada desde el reposo cae bajo la influencia de la gravedad y de la resistencia del aire. Encuentra la relación entre la velocidad de la partícula v y la distancia de caída cuando la resistencia es igual a **a)** αv y **b)** βv^2
4. **a)** Considere una partícula de masa m en un potencial inverso tipo oscilador armónico $V = -\frac{1}{2}kx^2$. Escriba la ecuación $F = ma$ y resuelva para su movimiento en término de las condiciones iniciales x_0 y $\dot{x}_0$ a $t = 0$. **b)** Dibuje el espacio fase en términos de la velocidad.
5. Encuentra la velocidad angular y el periodo de oscilación de una esfera sólida de masa m y radio R alrededor de un punto en su superficie.
6. Una partícula de masa m se mueve en un círculo de radio R bajo la influencia de una fuerza central atractiva $F = -\frac{k}{r}e^{-r/a}$. **a)** Determina las condiciones sobre la constante a tal que el movimiento circular sea estable. **b)** Calcule la frecuencia a pequeñas oscilaciones en este movimiento circular.
7. ¿Calcula el potencial gravitacional dentro y fuera de un cascarón esférico masivo de radio interno b y radio externo a ?
8. Dos objetos de masas m_1 y m_2 están conectados por un resorte de longitud l y constante k . El sistema está ubicado sobre una superficie horizontal, y desliza sin fricción en la a dirección en la que está extendido el resorte. **a)** Escribe el lagrangiano del sistema. **b)** Encuentra los modos normales de este sistema y las frecuencias correspondientes.

9. Una partícula en un campo gravitacional uniforme se restringe a la superficie de una esfera centrada en el origen, con un radio $r(t)$ el cual es una función dependiente del tiempo. **a)** Obtenga el Hamiltoniano y las ecuaciones canónicas. **b)** Discuta la conservación de la energía. **c)** Identifique si el Hamiltoniano es la energía total del sistema.
10. Una partícula se mueve en un plano (con coordenadas r y θ) bajo la influencia de una fuerza central con una magnitud

$$F = \frac{1}{r^2}(1 - \dot{r}^2 - 2r\ddot{r}), \quad (1)$$

donde r es la distancia de la partícula al centro de la fuerza. **a)** Encuentra el Lagrangiano y las ecuaciones de movimiento que resulta de aplicar tal fuerza. **b)** ¿Existen cantidades conservadas? Justifique su respuesta.

11. Considera el Hamiltoniano de un grado de libertad

$$H = \frac{p^2}{2m} e^{q/a}, \quad (2)$$

con a constante. **a)** Escribe las ecuaciones de Hamilton. **b)** Encuentra las expresiones $p(t)$ y $q(t)$. **c)** ¿Hay cantidades conservadas?